Université Abdelmalek ESSAADI (UAE)
Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Al Hoceima, Maroc

Module: Analyse 2

Professeur A. MOUSSAID

Examen d'Analyse 2
Session du Printemps
1^{ere} **Année Préparatoire, 2019-2020**

Durée : 1 heure
Il est demandé de rédiger avec clareté et rigueur.(2 pts pour la bonne prérentation).

Exercice 1 (4 pts)
Choisir la bonne réponce.

Question 1
On considère une série réelle $\sum_{n\geq 0} u_n$.

1. *Si $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge alors (u_n) converge vers 0*
2. *Si (u_n) converge alors $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge*
3. *Si (u_n) converge vers 0 alors $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge*

Question 2
Soient $\sum_{n\geq 0} u_n$ et $\sum_{n\geq 0} v_n$ deux séries à termes positifs.

1. *Si $\sum_{n\geq 0} u_n < \sum_{n\geq 0} v_n$ et $\sum_{n\geq 0} v_n$ converge alors $\sum_{n\geq 0} u_n$converge.*
2. *Si $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < v_n$ et $\sum_{n\geq 0} v_n$ converge alors $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge.*
3. *Si $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < v_n$ et $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge alors $\sum_{n\geq 0} v_n$ converge.*

Question 3
x désigne un réel fixé. La série $\sum_{n\geq 0} x^n$

1. *converge pour tout $x \in \mathbb{R}$ et sa somme est $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$*
2. *converge si et seulement si $x \neq 1$ et sa somme est $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$*
3. *converge si et seulement si $\mid x \mid < 1$ et sa somme est $\sum_{n\geq 0} x^n = \frac{1}{1-x}$*

Question 4
$\sum_{n\geq 0} u_n$ est une série à termes positifs, (a_n) est une suite positive bornée.

1. *Si $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge alors $\sum_{n\geq 0} u_n a_n$ converge*
2. *Si $\sum_{n\geq 0} u_n$ diverge alors $\sum_{n\geq 0} u_n a_n$ diverge*
3. *On ne peut rien dire*

Exercice 2 (4 pts)
Répondez à chaque question par Vrai ou Faux
Dans tout ce qui suit, $(u_n)_n$ désigne une suite de nombres réels.

1. *Q 1: Si la série $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$.*
2. *Q 2: Si la série $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge alors $\sum_{n\geq 0} \frac{1+u_n}{2+u_n}$*
3. *Q 3: Si $(u_n)_n \subset \mathbb{R}_+^*$ et si $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ alors la série $\sum_{n=1}(-1)^n u_n$ convergente*
4. *Q 4: Si $(u_n)_n \subset \mathbb{R}_+^*$ et si $\sum_{n=1} u_n$ converge alors la série $\sum_{n=1}(-1)^n u_n$ convergente*

Exercice 3 (6 pts)
Résoudre les équations différentielles suivantes dans $\mathbb{R}$:

1. $\begin{cases} y^{'} + y = xe^{-x} & ; \\ y(0) = 1, & . \end{cases}$ $(3 points)$

2. $x^2y^{'} + (x-1)y = 0$ *(3 points)*

Exercice 4 (4 pts)
On considére l'équation:

$$(E) : y^{"} + 4y = \cos^2(x)$$

1. *- Résoudre l'équation différentielle homogéne associe à (E)* *(1 points).*

2. *- Montrer que*

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2} \qquad (0.5 points)$$

3. *- Trouver une solution particuliére de (E) (Expliquer votre démarche), puis donner la solution générale de (E) (2.5 points).*

Bon Courage